

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

آزمون

۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۵/۳۱

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۵	فصل ۲ (درس‌های ۲۰۱ و ۴)	فصل ۱ (درس ۱)
هندسه	فصل ۲	—	فصل ۱ (درس ۲ تا ابتدای دترمینان و کاربردهای آن) (صفحه ۲۲ تا ۲۶)
گسسته	—	—	فصل ۱ (درس ۲)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

ریاضیات

۱- حداقل چند عضو از مجموعه $f = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{48}{4-y^2}\}$ حذف شود تا f یک تابع باشد؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۲- تابع $f(x) = (x+2)(ax+b) + x^2$ ثابت و تابع g همانی است. حاصل $f \circ g(2) + g \circ f(-2)$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۲

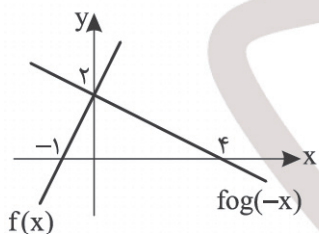
۳- توابع $f(x) = \frac{x}{2x-a}$ و $g(x) = \frac{-x+b}{2x+5}$ را در نظر بگیرید. اگر توابع $y = f(x+2)$ و $y = 1 + g(x-2)$ برابر باشند، حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴- اگر $f(x) = \begin{cases} ax+3 & |x-1| \leq 2 \\ 3x+b & |x-1| \geq 2 \end{cases}$ یک تابع باشد، حاصل $f(a) + f(b)$ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴) ۲۴

۵- در شکل زیر، نمودار توابع $y = f(x)$ و $y = f \circ g(-x)$ رسم شده است. مجموع ضرایب چندجمله‌ای $g \circ f(2x)$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{3}{2}$

- (۲) $-\frac{5}{2}$

- (۳) $\frac{3}{2}$

- (۴) $\frac{5}{2}$

۶- اگر $f = \{(1, 2), (2, 3), (-1, -1), (3, 3)\}$ باشد، مجموع اعضای برد تابع $g(x) = 2f(x) + f(|\frac{x}{2}|)$ کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۵ (۳) ۱۶ (۴) -۳

۷- اگر $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x \leq 1 \\ 1-3x & x > 1 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} 1-x & f(x) \leq 1 \\ 1+x & f(x) > 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $f \circ g(-3)$ کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) -۹ (۳) -۱۱ (۴) ۷

۸- اگر $f(x) = \sqrt{x+a}$ و $g(x) = 6-x$ باشد، به‌ازای کدام مقدار a ، توابع f و $g \circ f$ روی نیمساز ناحیه اول متقاطع‌اند؟

- (۱) ۹ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱

محل انجام محاسبات

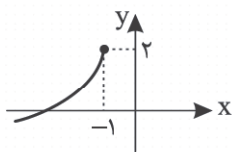
۹- نمودار تابع $f(x) = 3 + \sqrt{2x-1}$ را ۲ واحد به راست و ۳ واحد به پایین انتقال داده و سپس نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم. اگر تابع نهایی را g بنامیم، حاصل $f \circ g(-15)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۰- اگر طول نقاط تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را نصف و عرض نقاط آن را دو برابر کنیم تابع g به دست می‌آید و اگر نمودار تابع g را یک واحد به چپ و دو واحد به بالا انتقال دهیم، تابع h به دست می‌آید. حاصل ضرب طول نقاط برخورد f و h کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{5}{4}$

۱۱- نمودار تابع g (شکل زیر) فقط از انتقال و قرینه‌یابی نمودار $y = \sqrt{x}$ نسبت به محورهای مختصات به دست آمده است. دامنهٔ تابع $y = g \circ g(x)$ چند عدد صحیح منفی را شامل نمی‌شود؟

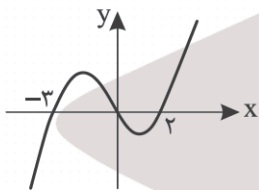


- (۱) ۹ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۳

۱۲- قرینهٔ نمودار $f(x) = \sqrt{x-3}$ نسبت به خط $x = 2$ را ۳ واحد به چپ انتقال می‌دهیم. نمودار جدید خط $y = x + 8$ را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) -۷ (۲) -۱۰ (۳) -۱۱ (۴) -۶

۱۳- نمودار تابع f به صورت زیر است. مجموع صفرهای تابع $y = 2f(3 - \frac{x}{3})$ کدام است؟



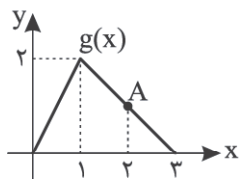
- (۱) ۳۰ (۲) $\frac{28}{3}$ (۳) $\frac{22}{3}$ (۴) ۲۰

۱۴- اگر نمودار تابع $y = x^2 - 4x$ را k واحد به سمت بالا انتقال دهیم، نمودار تابع $y = |2x - 4|$ را در سه نقطه قطع می‌کند. حاصل جمع طول این سه نقطهٔ برخورد کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

۱۵- نمودار تابع $g(x) = 2 - f(-\frac{x}{3})$ به صورت زیر است. مختصات نقطه A' روی تابع $y = 2 + f(x - 3)$ متناظر با نقطه A کدام است؟



(۱) $A'(-\frac{11}{3}, 3)$

(۲) $A'(-\frac{11}{3}, -1)$

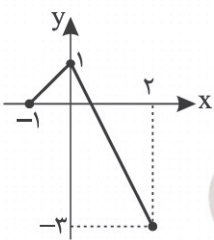
(۳) $A'(\frac{Y}{3}, -1)$

(۴) $A'(\frac{Y}{3}, 3)$

۱۶- نمودار تابع $f(x) = x^2 - 4x + 4$ را k واحد به راست انتقال داده و سپس نسبت به محور x ها قرینه کرده و در نهایت k واحد به بالا انتقال می‌دهیم. اگر نمودار نهایی بر f مماس باشد، k کدام است؟ ($k > 0$)

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۷- نمودار تابع f به صورت زیر است. اگر اشتراک دامنه و برد تابع $g(x) = 2f(mx + 1) - m$ برابر $\{n\}$ باشد، مقدار $m + n$ کدام است؟ ($m < 0$)



- (۱) -۶ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) ۳

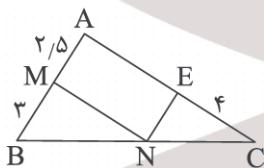
۱۸- دامنه تابع $y = f(x)$ بازه $[a, b]$ و دامنه تابع $y = f(\frac{a-x}{b})$ بازه $[-b, -a]$ است. اگر a و b مثبت باشند، حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۹- نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AB و BC در مثلث ABC انتخاب شده‌اند. اگر $2BN = 3NC$ و مساحت مثلث ABC ، سه برابر مساحت مثلث BMN باشد، مقدار $\frac{AM}{BM}$ برابر کدام است؟

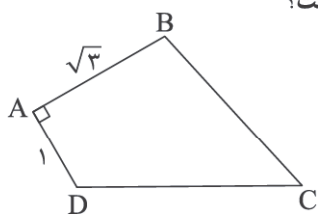
- (۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{7}{5}$ (۴) $\frac{8}{5}$

۲۰- در شکل زیر، محیط متوازی‌الاضلاع $AMNE$ برابر کدام است؟



- (۱) $\frac{14}{4}$ (۲) $\frac{14}{5}$ (۳) $\frac{14}{6}$ (۴) $\frac{14}{7}$

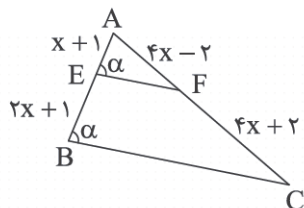
۲۱- در شکل زیر از نقاط B و D به ترتیب دو پاره خط موازی اضلاع AD و AB رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه E درون چهارضلعی



قطع کنند. اگر $\hat{CDE} = 30^\circ$ و فاصله E تا وسط BC برابر $\frac{1}{5}$ باشد، طول ضلع DC برابر کدام است؟

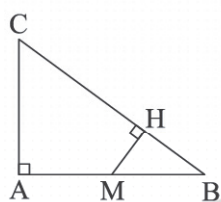
- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷ (۴)

۲۲- در شکل زیر نسبت محیط مثلث AEF به محیط مثلث ABC برابر کدام است؟



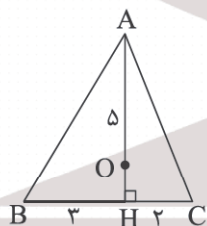
- $\frac{1}{4}$ (۱)
- $\frac{3}{8}$ (۲)
- $\frac{2}{5}$ (۳)
- $\frac{2}{3}$ (۴)

۲۳- در مثلث قائم‌الزاویه ABC اگر M وسط AB، $AC = 4$ و فاصله M تا ضلع BC برابر $\sqrt{2}$ باشد، حاصل $\frac{CH}{AM}$ کدام است؟



- $\frac{3\sqrt{2}}{8}$ (۱)
- $\frac{3\sqrt{3}}{5}$ (۲)
- $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ (۳)
- $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۴)

۲۴- در مثلث ABC، نقطه O نقطه هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث است. مساحت مثلث ABC برابر کدام است؟ ($CH = 2$, $BH = 3$, $OA = 5$)



- ۱۵ (۱)
- ۱۶ (۲)
- ۱۸ (۳)
- ۲۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۲۵- مثلثی به ابعاد ۳، ۶ و y یا مثلثی به ابعاد x ، ۵ و ۴ متشابه است. حداکثر مقدار $x + y$ کدام است؟

- (۱) $\frac{19}{2}$ (۲) $\frac{73}{10}$ (۳) $\frac{47}{4}$ (۴) $\frac{62}{5}$

۲۶- در مستطیل ABCD به طول $AB = 17$ ، از نقطه A عمود AH بر قطر BD رسم شده است. اگر $BH = 15$ باشد، آنگاه طول قطر مستطیل چقدر از عدد ۱۹ بیشتر است؟

- (۱) $\frac{7}{15}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{4}{15}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} a+2 & -1 \\ 3 & a \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & a+2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ باشند، به ازای کدام مقادیر a ، ماتریس $A + B$ وارون پذیر نیست؟

- (۱) -۱ و ۳ (۲) ۱ و -۳ (۳) ۱ و ۳ (۴) -۱ و -۳

۲۸- اگر A ماتریسی وارون پذیر، I ماتریس واحد و $A^{-1} = 3I - 2A$ باشد، آنگاه در رابطه $A^4 = \alpha A + \beta I$ حاصل $\alpha + \beta$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) ۱

۲۹- اگر $B = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ 3 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه از تساوی ماتریسی $BA = 13B - B^{-1}$ مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۵۰ (۳) ۴۰ (۴) ۴۵

۳۰- اگر وارون ماتریس ضرایب دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = -5 \\ cx + dy = 9 \end{cases}$ به صورت $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه حاصل $ax + dy$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۷ (۳) -۷ (۴) -۱

۳۱- اگر هر سه رابطه $2a - 10$ ، $0 < a$ ، $b^2 + 2$ و $28 + 3b$ و $5 + 3b$ برقرار باشند، آنگاه حاصل $2a - 3b$ کدام می‌شود؟

- (۱) ۷ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵

۳۲- چند عدد صحیح مانند k وجود دارد به طوری که هر دو رابطه $28 + 3k$ و $5 + 3k$ برقرار باشند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۳- بر روی منحنی $y = \frac{7x-3}{3x+1}$ چند نقطه با مختصات صحیح وجود دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۴- اگر اعداد صحیح a و b چنان باشند که $2a \mid 5b$ آنگاه کدام یک از روابط زیر الزاماً ارزش درستی ندارد؟

- (۱) $2a + 7 \mid 5b + 7$ (۲) $a \mid 5b$ (۳) $2a \mid 5b^2$ (۴) $6a \mid 15b$

محل انجام محاسبات

۳۵- اگر بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک دو عدد $7n + 2$ و $11n - 9$ برابر d باشد، آنگاه d کدام می‌تواند باشد؟

- ۱۷ (۱) ۱۹ (۲) ۲۳ (۳) ۲۹ (۴)

۳۶- اگر $A = (4!, 5!) + [6!, 4!]$ آنگاه مجموع ارقام A کدام است؟

- ۹ (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۱۵ (۴)

۳۷- اگر اعداد صحیح a و b چنان باشند که $a | 2b + 3$ و $28 | b$ آنگاه باقیماندهٔ تقسیم عدد $3 - a^2 + b^2$ بر ۸ کدام است؟

- ۷ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

۳۸- عدد صحیح a مضرب ۱۲ بوده و در تقسیم بر ۴۲ باقیماندهٔ r دارد. r کدام یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

- ۲۱ (۱) ۳۰ (۲) ۲۸ (۳) ۱۷ (۴)

۳۹- بزرگ‌ترین عدد طبیعی که باقیماندهٔ تقسیم آن بر ۴۱، مربع خارج قسمت باشد را a می‌نامیم. رقم دهگان a کدام است؟

- ۹ (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴)

۴۰- کدام یک از اعداد زیر می‌تواند عددی اول باشد؟ ($k \in \mathbb{N}$)

- ۱۲۸k + ۱۵ (۱) ۴۸k + ۱۵ (۲) ۶۵k + ۲۶ (۳) ۹۱k + ۲۱ (۴)